si prende su ciascuna di esse, partendo da questa superficie, la lunghezza *i* data dal-
l'equazione

i -{- <p == cost.,

si ottiene, in virtù dell'equazione (3) dell'art. I, una superficie ortogonale a tutte le rette. Questo fatto è, nel caso attuale, reso evidente da quanto precede, poiché <p esprime, in ciascun punto della superficie iniziale, la distanza da questo punto alla superficie <p = o, misurata normalmente a quest'ultima; dunque il luogo degli estremi dei segmenti uguali ad *a* — 9 è la superficie *<p = a,* qualunque sia la superficie iniziale, Questi risultati si accordano pienamente con quelli che il Sig. BAEHR ha dedotti da altre considerazioni *).

XII.

Passiamo ora al caso più generale, ed osserviamo anzitutto che, per essere X^2 -j- 7^2 -|- Z^2 = i, il valore comune dei tre rapporti (28) è eguale a quello dell'espressione

Y *dZ* *(dZ_* *dX*
, 7 (*d X* 5*Y* ^ ~ *dy)~T~*
\|*dx* ~ d^ J + \^7 — -*J*

la quale non potrebbe quindi annullarsi senza che si ricadesse nel caso già trattato. Dunque l'equazione *Xdx* -|- *Ydy* ~f- *Z d%* = o non ammette, pei nostri sistemi, un integrale unico che quando il suo primo membro o un differenziale esatto a tre variabili.

Procediamo all'integrazione delle equazioni (28), o delle (27) che ne possono tener luogo.

Per ciò supponiamo per un momento che si conosca il sistema dei valori generali delle funzioni incognite X, F, Z, e consideriamo l'equazione a derivate parziali

~^ — - r — -^- .
dx *1* *dy* ' *d%_*

È noto che per trovare la soluzione generale di quest'equazione, bisogna integrare le equazioni differenziali ordinarie

. *X* — *Z* ' *Y* ~

Sieno

u(x> y> 0 = u > *v(x> y> 0 = v*

*) Nouvelles Annales de Mathématiques, (2me sèrie), t. II (1863), pag. 35.